

העוצמה שבפשטות

הרהורים על שפת המתמטיקה

אילון קולברג, דגנית עצמון

דמיינו שעכשיו אתם נמצאים בשדה ירוק. הביטו סביבכם: השמש זורחת, השמים כחולים, אין רוח וחום נעים מתפשט באוויר. האדמה כולה מכוסה פרחים ורודים, צהובים ולבנים. פרפרים מעופפים יונקים צוף מהפרחים, דבורים מזמזמות נוחות על הפרחים, שותות צוף, אוספות אבקה ברגליהן ומעופפות אל הפרח הבא. האוויר מבושם בריחות מתוקים של פריחה.

והנה מצלצל הטלפון הנייד שלכם. חבר מתקשר ואתם מספרים לו בהתלהבות כמה המקום יפה, והוא שואל: "היכן אתם נמצאים?"

"במקום יפה להפליא".

"נהדר. גם אני רוצה לבוא".

מה עושים? אתם מסתכלים מסביב, מחפשים איפה השמש, היכן הדרום ואיפה הצפון, מעיינים במפה, מוצאים את המקום במפה בעזרת מצפן ומתחילים להסביר.

"כמה זמן יידרש לי להגיע אליכם?"

אתם שואלים: "היכן אתה נמצא?" ומנסים לחשב מה המרחק, שואלים באיזה רכב יבוא, מנסים לברר מה איכות הכביש, מביטים בשעון. מה השעה? האם זו שעת העומס בכבישים ולכן תהיה הנסיעה אטית יותר?

"יידרשו שעה וחצי לפחות להגיע לכאן". מעבר לקו החבר אומר: "אם כך, חכו לי. אני יוצא לדרך".

ועכשיו, בזמן שאתם מחכים לחבר, הבה נראה מה היה. יצאתם אל הטבע, התפעלתם מיפי הבריאה, חוויתם את היופי במלוא החושים, וכדי לחוות את החוויה נזקקתם לאוצר מילים עצום במוחכם; נזקקתם לשפה של מילים. יכולתם להישאר לנצח במקום שהעניק לכם את החוויה החושית הזו, אך אז צלצל הטלפון והחבר החזיר אתכם אל המציאות. כדי לפגוש את החבר, לאפשר גם לו לחוות את החוויה וכדי לחוות אותה יחד, נזקקתם למפה, למצפן, לשעון, למידע על צפיפות התנועה, ואולי אפילו לִנְוֹטָן (גי-פי-אס). קיצורו של דבר, נזקקתם למידע רב מתחומי ידע רבים, שחלק ניכר ממנו נשען על שפת המתמטיקה.

גם מסיפור קטן זה אנחנו יכולים להתרשם שהשפה המילולית היא השפה הראשונה שבה נחשוב ונדבר, נתאר באמצעותה את האהבה ואת החיים, נשב מתחת לעץ בג'ונגל הטרופי ונצפה לפרי שיבשיל ויפול או נלקט את גרגרי השעורה בשדות. אך ברגע שנרצה לגדל בעצמנו את הפרי, את החיטה ואת שאר הגידולים האחרים המספקים לנו מזון, נזדקק ללוח השנה, למידע על עונות השנה, על אורך היום ועל כמות הגשם, וגם לידע שיאפשר לנו לחשב כמה זרעי חיטה יניבו לנו כמות מספקת של חיטה ללחם לכל השנה; קיצורו של דבר, נזדקק לשפת המתמטיקה.

כאשר האדם פיתח את לוח השנה, את השעון, ובימינו גם את המחשבים, הוא פיתח למעשה כלים שיעזרו לו לתאר את הסביבה בשפת המתמטיקה ויאפשרו לו "לשלוט" בחייו ובסביבה, לשפר את איכות חייו ולהאריך את תוחלת חייו (וגם זה נתון מתמטי).

נניח שאתם משתתפים בהשתלמות והמנחה אומרת: "משרד החינוך החליט לשלם לכם על כך שבאתם למפגש".

משתרר שקט בחדר. אחת המשתלמות שואלת: "כמה?"

המרצה משיבה: "עשר".

מה תשאלו עכשיו? ברור כשמש שהשאלה הבא תהיה: "עשר מה?"

"מה זה חשוב? אגורות, שקלים, דולרים, לירות שטרלינג, אירו או דינרים - מה זה חשוב?"

ברור לכולנו שזה חשוב מאוד משום שהמספר עצמו אינו אומר דבר, הוא נקי לגמרי ואין לו כל משמעות במציאות. שם היחידה המופיע לצד המספר הוא שיוצק תוכן ומשמעות למספר. כדי להבין את המשמעות נזדקק למידע מתמטי: טבלת המרה הכוללת את ערך כל המטבעות שהוזכרו, ומובן שאם נוכל לבחור - נרצה לקבל עשרה מטבעות בעלי הערך המספרי הגבוה ביותר.

האם במהלך לימודיכם קיבלתם בשלב כלשהו מבחן בדוק במתמטיקה, בפיזיקה או בכימיה, ובאחת השאלות היו איקסים אדומים ונוכו מן הציון נקודות רבות (גם הנקודות הן מתמטיקה)? המורה לא נתן לכם את מלוא הנקודות וכתב באדום "אילו יחידות???". בוודאי התרגזתם, אבל אם נחשוב על כך, ניווכח שאכן לא השבנו תשובה מלאה. אם אין מציניים באילו יחידות מדובר, אין משמעות לתשובה. האם תגיעו בעוד שלוש דקות או בעוד שלוש שעות? האם תיסעו ארבעה ק"מ או ארבעה מטרים? האם ניפגש בשעה עשר לפי שעון ישראל או לפי שעון אוסטרליה? האם המזון שנאכל מכיל 40 קלוריות או 40 קילו-קלוריות (קילו = 1000)?



בעלי חנויות מרבים להימנע מציון שמות היחידות ואפילו נמנעים מציון מספרים מדויקים. איך הם עושים את זה בלי להפר את החוק הקובע חובת הצגת מחירים? פשוט מאוד: הם מפרסמים בעיתונים ובחלונות הראווה בשלטי ענק: 50% הנחה! 1/2 חינם ועוד כהנה וכהנה. השאלה שעלינו לשאול בשלב הזה היא: 50% הנחה ממה? זאת משום שאחוזים אינם יחידה; הם מתארים את החלק היחסי של 50 מתוך 100, וכמו בדוגמאות הקודמות אין להם משמעות מעשית אלא אם כן ידוע לאיזה סכום הם מתייחסים, כלומר מה המספר ואילו יחידות. רק אז תהיה להם משמעות ונוכל להשוות למחירים אחרים שראינו. כך נדע איפה יקר (מחיר גדול יותר) והיכן זול יחסית.

גם במקרא, בספר בראשית, נזקק הסופר לשפת המתמטיקה ולא הסתפק בשפה המילולית. המילה הראשונה הכתובה במקרא היא **בראשית** - "בראשית ברא אלהים את השמים ואת הארץ" (בראשית א, א). מהי אותה "בראשית"? על פי אחת מהפרשנויות של הסיפור המקראי, זוהי בעצם נקודת האפס על ציר הזמן של בריאת העולם, על ציר המספרים. קודם לנקודת האפס לא היה דבר, ואז התחולל הפלא הגדול של הבריאה - השינוי המופלא המעורר השתוממות. בפסוק ה' באותו פרק, אחרי התיאור המילולי של מעשה הבריאה, נאמר: "ויקרא אלהים לאור יום, ולחושך קרא לילה. ויהי ערב ויהי בקר, **יום אחד**". כלומר, אחרי התיאור המילולי של מעשה הבריאה מוסיפה השפה המתמטית לשמש את הסופר והיא משליטה סדר בהתרחשויות: מה ראשון ומה שני.

מסיפור בריאת העולם בספר בראשית נעבור אל סיפור הפלא של החיים: יצירת החיים בתוך הרחם, התפתחות העובר, ההיריון. גם כאן הפלא הגדול מתואר ומתועד בין השאר בשפת המתמטיקה: "באיזה שבוע את?"; "האם היקף הגולגולת (בס"מ) מתאים לגיל העובר?"; "מתי צפויה הלידה?". כמובן אין לשכוח

את בדיקת רמת ההמוגלובין בדם ואת רמת הסוכר. שפת המתמטיקה מסייעת לנו להבין את המצב, להעריך אם הכול תקין או שמא נדרשת התערבות, לחזות את מועד הלידה ועוד.

על אף חשיבות השימוש בשפת המתמטיקה, יש לזכור את המידע המדעי הנוסף הנדרש כדי להבין את המציאות. למשל, מתי בדיוק הייתה נקודת האפס בהיריון? מתי התרחש רגע ה"בראשית", אותו שבריר שנייה שבו נפגשו תא הזרע והביצית, התאחדו לתא הראשון המשותף (הזיגוטה) שממנו עתיד להתפתח העובר? גם השפה המילולית העשירה ביותר אינה מקרבת אותנו ולו במילימטר אחד להבין את הפלא העצום הזה, יצירת חיים חדשים.

מתמטיקה במדע, ברפואה ובטכנולוגיה

לעתים אנו חשים ברע ופונים לרופא. הרופא ישאל שאלות שונות. בחלקן יבקשו השאלות תיאור בשפה מילולית: מה כואב? איך כואב? האם יש חום? אחר כך יעבור הרופא לשפה המתמטית: "האם מדדת את חום גופך באמצעות מד טמפרטורה?" אם אנחנו בארץ, נענה ונגיד "38.5" ולא נציין שמדובר ב-38.5 מעלות צלזיוס (כי זו היחידה שבה אנו משתמשים כשאנו מודדים טמפרטורה בארץ, אך אפשר למדוד טמפרטורה גם בסולמות מדידה אחרים כמו פרנהייט או קלווין). ייתכן שהרופא יבקש גם כמה בדיקות דם או שתן, ובכולן התוצאות יבוטאו במספרים, בשפה המתמטית: כמה תאי דם אדומים? כמי תאי דם לבנים (מכל סוג בנפרד) וגם מה רמת הגלוקוז? מה רמת הגלובולינים ועוד. הרופא יאסוף את כל הנתונים וינסה להעריך מהי המחלה על סמך השוואה למידע קודם שאספו ותיעדו חוקרים ורופאים אחרים. לאחר אבחון המחלה יגיע שלב בחירת התרופה וכאן אנחנו עוברים למחקר. כל תרופה שהרופא ימליץ עליה חייבת להיות תרופה שנחקרה ונבדקה שאכן היא מרפאת את המחלה המסוימת.

כדי להגיע לנתונים האלה היו החוקרים צריכים לבצע תהליך מחקר מלא: שאלת שאלות, ניסוח השערות, תכנון ניסוי, ביצוע ניסוי, איסוף נתונים, עיבוד נתונים, הסקת מסקנות ובדיקת התרופה באוכלוסייה מוגדרת של חולים. יש לאסוף את הנתונים (המספריים) לפני הטיפול ואחרי הטיפול ולחשב חישובים סטטיסטיים, כלומר לקבוע מה שיעור החולים שבמצבם חל שיפור באמצעות התרופה. וכל זה ייעשה תוך שימוש נרחב בביטויים מספריים - בשפת המתמטיקה.

רק כאשר יוכיח המחקר המדעי (העושה שימוש נמרץ בשפת המתמטיקה) שאכן התרופה עוזרת ברוב המקרים, וחשוב לא פחות - אינה מזיקה, תאושר התרופה לשימוש לאחר מבחנים מחמירים והיא תוכנס לרשימת התרופות שהרופא רשאי להמליץ עליהן. אך עוד לפני כן על התרופה שגילו החוקרים במעבדות לעבור לייצור נרחב במפעל התרופות. הביו-טכנולוגים יעמלו להקמת פס ייצור תוך שימוש נרחב במספרים, בחישובים מתמטיים ושיום יחידות מדידה.

דוגמה נוספת באה מתחום מדעי החיים, והיא קצב פעולת האנזים. אנזים הוא חלבון המזרז תגובה כימית. רוב התגובות יכולות להתרחש גם ללא האנזים, אולם בקצב אטי בהרבה. אם נחשוב על כך באופן פילוסופי, קיום



פעילות בלבני די ג'י בן לוטוס בכרמיאל בניהולה של הגנת שרון דהאן

החיים כפי שאנחנו מכירים תלוי בקצב עבודתו של האנזים, דהיינו מספר המולקולות שהאנזים יפרק או ירכיב ביחידת זמן מוגדרת. כדי להבין זאת אנחנו נדרשים שוב לשפת המתמטיקה.

מתמטיקה ומוזיקה

המוזיקה הראשונה שנחשפנו אליה היא כנראה קצב פעימות הלב של אימא, כאשר היינו עובר ברחם. קצב הלב מלמד אותנו רבות על מצבנו. מהו קצב הלב? מספר פעימות (התכווצות הלב) ביחידת זמן. מהו קצב המוזיקה? האם ניתן לתאר אותה באמצעות מספרים?

פיתגורס, פילוסוף ומתמטיקאי יווני אשר חי במאה השישית לפנה"ס, גילה כי יחס מספרי פשוט אחראי להרמוניה המוזיקלית. הוא שגילה לראשונה כי ניתן לנסח תופעות פיזיקליות באמצעות תיאור מתמטי והראה שיש קשר בסיסי בין המדע למתמטיקה. מאז התגלית הזו מחפשים מדענים את החוקים המתמטיים השולטים בכל התרחשות פיזיקלית, כימית וביולוגית. על פי הפיתגוראים, בבסיסה של כל תופעת טבע עומדים מספרים.

מספרים בחיי היום-יום

אנו משתמשים במספרים כדי להשליט סדר בחיי היום-יום שלנו: מספר חשבון הבנק, מספרי הזיהוי, מספרי הדרכון, המספר של הרכב ומספרי הטלפון. בכל אלה אנו משתמשים בספרה כסימן, ולכן אפשר גם להשתמש באותיות (ואכן יש מדינות הנוהגות כך). עם זאת, השימוש בספרות טוב יותר להשלטת סדר משום ההיגיון המתמטי העומד מאחוריהן והמונע כפילויות. קצרה היריעה מלפרט את חשיבות השפה המתמטית והחשיבה המתמטית בחיינו.

תרגיל מחשבתי קטן

אם המשכתם לקרוא עד כאן, פירושו של דבר שהצלחתם להתגבר על הפחדים שמעוררת המילה "מתמטיקה" אצל חלקנו, ולכן נזמין אתכם לתרגיל מחשבתי קטן.

עצמו את העיניים (רגע! קודם קראו את ההוראות...) ודמיינו שמחר בבוקר אתם מתעוררים בעולם מופלא ויפהפה ללא מתמטיקה! תארו לעצמכם את יום המחר במוחכם. עכשיו אפשר לעצום עיניים ולהניח לדמיון להפליג...

מה ראיתם בעיני רוחכם? ערכנו את התרגיל הזה עם גננות המשתלמות במרכז דע-גן. התגובה הראשונית הייתה הבעה של אושר עילאי ואפילו חיוך, אך בתוך זמן קצר (לא מדדנו כמה...) נעלם החיוך והבעה של פחד ודאגה הופיעה על הפנים. התחילו להישמע גם מילים: בלגאן, אי-סדר, אימא, אי-אפשר, זה חלום בלהה, מתי באים לגן? מתי מסיימים? כמה ילדים באו? אחת המשתלמות סיפרה בשמחה איך דמיינה שתישאר לישון ככל שתרצה יחד עם כל המשפחה, חופשה מושלמת, אך כשהמשיכה - הגיעה שעת הצהריים ואז החליטה לצאת למסעדה (בדמיון כמובן), ואז הסתיים החלום: איך מוצאים את המסעדה? איך משלמים במסעדה? איך ואיך ... ופתאום התברר לה ולכולנו שהשפה המתמטית נמצאת בבסיס פעולות רבות שאנו מבצעים במשך היום. התחושה הכללית שהשתררה היא שהמתמטיקה הכרחית בחיי היום-יום - כשפה המלווה את השפה המילולית, ואי-אפשר לתאר את חיינו בלעדיה.

בכל הסיפורים, הדוגמאות והתרגיל שהבאנו עד כאן, ניסיון להמחיש ששפת המתמטיקה עוסקת בכמויות. נוכל למדוד את גובה הצמח ובכמה סנטימטרים הוא צמח בשבוע. נוכל



במסעדת גן חבצלת באזור: משחק סוציו-דרמטי מזמן גם מתמטיקה. מנהלת הגן: ליאת דיאמונד

למנות את מספר הימים עד יום ההולדת שלנו וגם ללמוד לקרוא שעון ולדעת באיזו שעה מתחילים הלימודים בגן ומתי הם מסתיימים. גם המשולש מוגדר כמשולש משום שיש לו שלוש צלעות ושלושה קדקודים, וכך גם הצורות הגאומטריות האחרות. השאלה היא מה אנו מכמתים וגם למה אנו מכמתים, האם זה חשוב ושימושי או שמא לא.

המתמטיקה היא שפה שימושית ואנו זקוקים לה. היא מארגנת את חיינו ומסדרת אותם, והיא שמאפשרת את התקדמות המדע ואת הפיתוחים הטכנולוגיים כמו את חיי היום-היום. האם בוגרי הגן יכולים להיות נטולי הבנה בשפה המתמטית ולחיות בעולם ללא מתמטיקה? נראה שלא, ואנו גם איננו מאחלים זאת לילדינו.

במחקר שמציגות בעלון זה פרופ' דינה תירוש, פרופ' פסיה צמיר, ד"ר מיכל טבח וד"ר אסתר לוינסון, בכתבה "האם תוכל לעשות זאת בדרך שונה?", הן מראות שילדים בגיל הגן ניסו לפתור בעיה מתמטית לאו דווקא בדרך אחת אלא בכמה דרכים, והם עשו זאת בלא חשש. לעומתם, מבוגרים בחרו בדרך אחת בלבד ולא חשבו שיש פתרונות אחרים. ייתכן שהדבר מרמז שבגיל הגן החשיבה המתמטית עדיין פתוחה ואינה מושפעת מהפחדים שאנו צוברים בהמשך הלימודים בכלל ובלימודי המתמטיקה בפרט.

המתמטיקה שאנו עוסקים בה בגן היא הבסיס הפשוט של שפת המתמטיקה. מושג המספר והשימוש במספרים בחיי יום-יום מרכיבים את המתמטיקה השימושית וההכרחית לחיינו. היא גם הבסיס להבנת כל המתמטיקה שנלמד בהמשך, ולכן רכישת השפה המתמטית בגיל הגן חשובה ביותר.

כדי שנוכל להקנות לילדינו את שפת המתמטיקה בשמחה וללא פחד, כדי שנוכל לאפשר להם לחוות את הפליאה ואת הקסם שבמתמטיקה, נידרש גם אנחנו להשתחרר מפחדי המתמטיקה (אם אכן יש בנו פחדים כאלה). הבה נבדיל בין המתמטיקה השימושית וההכרחית לחיי היום-יום שבה כולנו שולטים היטב לבין המתמטיקה התאורטית שבה עוסקים המתמטיקאים (ונבחני בחינות הבגרות במתמטיקה). ייתכן מאוד שאם ילדינו לא יפחדו מהמתמטיקה, הם גם ימצאו בה את התרגשות הפליאה והסקרנות המובילות את העוסקים במתמטיקה תאורטית ויתמודדו אותה ביתר הצלחה.

האם מתמטיקה ברורה מאליה?

בסיפור מתוך הספר *Imagining Numbers*, העוסק בתולדות המספרים המרוכבים הדמיוניים (כמו שורש של מינוס אחד $[\sqrt{-1}]$) שכתב ברי מיזור, מגדולי המתמטיקאים של זמננו, מצאנו ציטוט מן הביוגרפיה של סטנדל, הסופר הצרפתי: "כילד אהבתי מאוד מתמטיקה! בכיתה ג' למדו על מספרים שליליים. שאלתי את המורה 'מדוע מינוס ועוד מינוס הם פלוס?' המורה השיבה: 'ככה זה!' לי זה לא היה ברור", אומר סטנדל, "ובאותו רגע סגרתי את מוחי בפני המתמטיקה לכל החיים". גם פרופ' קולברג מספר סיפור דומה, אך סופו שונה: "בכיתה ב' או ג' למדנו את לוח הכפל. המורה כתבה על הלוח $5 \times 7 = 7 \times 5$. הדבר היה מוזר מאוד בעיניי: איך ייתכן שמשנים את הסדר והתוצאה לא משתנה. שאלתי את המורה, והיא ענתה לי: 'זה מובן מאלי!' אבל זה ממש לא היה מובן לי. לא ויתרתי והמשכתי לחקור, אולם ילדים רבים בשלב זה מפסיקים לחשוב, לומדים בעל-פה ומחמיצים את הפליאה הגדולה שבמתמטיקה".

מה עושים בגן כאשר ילד שואל: למה $5+7=7+5$? כאשר ילד שואל שאלה בתחום שבו איננו בקיאים, כבר התרגלנו (וזו דרכנו הטובה) להנחות אותו ולחפש יחד אתו מידע בספרים, באנציקלופדיות, אצל הורים ואצל מומחים; אולם מה עושים כאשר השאלה נראית פשוטה כל כך? הלא נתקשה לאתר את התשובה בספרים. כאן עלינו לחפש את כל הדרכים ואמצעי ההמחשה השונים כדי שבסופו של דבר הילד יבין, והחשוב ביותר - לא לומר שזה מובן מאלי, כי הרי אם הילד שואל - אין זה מובן לו כלל, וייתכן אפילו שהוא מבין משהו שאנחנו איננו מבינים.

אם כן, מתמטיקה היא שפה העוסקת בכמויות והיא מלווה את השפות האחרות. יש הטוענים שהמתמטיקה היא מלכת



משחקים מיני-כדורת ומחברים נקודות בגן אגוז ברחובות בניהולה של הגנת נעמה דוד



במסעדת גן חבצלת באזור: משחק סוציו-דרמטי
מזמן גם מתמטיקה. מנהלת הגן: ליאת דיאמונד

המדעים; יש הטוענים שהמתמטיקה היא המשרתת של המדעים, ובעצם היא הכרחית בכל המקצועות כולם. בחיי היום-יום אין היא עומדת בזכות עצמה.

שפת המתמטיקה: העוצמה שבפשטות

את השפה אנו לומדים מהרגע שאנו מתחילים לשמוע ואחר כך לדבר. אנו רוכשים אוצר מילים ההולך וגדל ובהמשך גם לומדים לכתוב אותו. אנו עוסקים באוריינות לשונית, ורוב הילדים ילמדו את שפת אמם ברמה זו או אחרת ויוכלו להסתדר בעזרתה. לא כך הם פני הדברים ברכישת השפה המתמטית.

אם נשווה בין השפה העברית (או כל שפה אחרת) לבין השפה המתמטית, נראה את ההבדלים ביניהן: כדי להבין את השפה העברית עלינו ללמוד את עשרים ושתיים האותיות ואת אופן הגייתן. עלינו ללמוד אוצר מילים אין-סופי, ביטויים רבים וכללי דקדוק. גם לאחר שנלמד את כל אלה, לא נדע מה פשרה של מילה שטרם נתקלנו בה עד כה. עם זאת, השפה המילולית משמשת לתיאור עולם ומלואו. לעומתה, השפה המתמטית משמשת כאמור לתיאור כמויות בלבד, ויש בבסיסה מספר קטן של עובדות, קטן עד כדי אבסורד. עוצמת המתמטיקה נובעת מכך שמבינים את העובדות האלה לעומקן ויודעים להפעילן בהגיון. מה בעצם עלינו לדעת? עלינו להכיר את שיטת המספרים ואת ארבע פעולות החשבון:

שיטת המספרים: עלינו להכיר את הספרות, כלומר את אחד-עשר הסימנים: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, (עשר הספרות והנקודה העשרונית). עלינו להכיר את השיטה העשרונית (המקובלת כיום ברוב העולם וברוב תחומי חיינו) ולהבין איך באמצעות אחד-עשר סימנים אפשר לבטא כל כמות, גדולה כקטנה.

ארבע פעולות החשבון: עלינו לדעת מה הגדרתן המדויקת.

נשמע מופלא, וזה בעצם הכול!

היכולת שלנו להבין את העולם ולעקוב אחר תופעות, למשל מדע, מדידת תופעות הטבע, כלכלה (רווחים, משכורות), מוזיקה - מתבססת על שני אמצעים פשוטים.

סדר המספרים הוא הדבר הבסיסי שיש ללמוד בעל-פה בשפה המתמטית, כלומר ללמוד לספור: 1, 2, 3 ... אחר כך יש ללמוד למנות: פרח אחד, שני פרחים, שלושה פרחים - כלומר לקשור בין שם המספר לכמות שהוא מייצג (התאמה חד-חד-ערכית). ייתכן שגן הילדים הוא המקום הראשון שבו הילדים פוגשים את שפת המתמטיקה. אם אנו, כמחנכים, נבין בעצמנו את השפה המתמטית, לא נפחד ממנה וניתן לילד להבין שהמתמטיקה היא תחום חיובי, מרתק וגדוש "פוטנטיים" המקלים על חיינו. כך הילד יכיר שהמתמטיקה מרתקת ומופלאה: איך ייתכן שרק עשר ספרות יכולות לכתוב מספרים רבים כל-כך? איך ייתכן שארבע פעולות חשבון פשוטות יכולות לסייע לנו בתחומים רבים כל כך? מה הקשר בין ארבע פעולות החשבון האלה למספרים? איך חשבו על הפטנט המבריק והפשוט הזה?

זו העוצמה שבפשטות!

אם כן, יש להתמקד במה שהילד צריך לדעת באמת. בנושאים האלה יש לאפשר לו להתנסות וללמוד תוך כדי חוויה חיובית. אין לדלג על הספירה והמנייה - זה הבסיס. לכן ראשית חכמה יש ללמוד לספור ולמנות, ובעיקר לעשות זאת בלמידה חווייתית מתוך הקשר לחיים היום-יום.

הבנת השיטה העשרונית משמעותה להבין ש-2 הכתוב 02 יהיה רק 2, ואילו 2 הכתוב 20 הוא עשרים, כלומר ללמוד את חשיבות מקומן של הספרות: במקרה זה הוא מגדיל את הכמות פי 10. מיקום הספרה קובע את ערכה. ממש פטנט!

ואחרי שלמדנו לספור ולמנות עלינו להבין את ארבע פעולות החשבון. אבל עצרו לרגע! גם זה פשוט יותר:



משחקי מתמטיקה בגן אגוז ברחובות בניהולה של הגננת נעמה דוד

יש רק פעולת חשבון אחת. מהי? חיבור.

נניח שיש לי 5 סוכריות וקיבלתי עוד 3 סוכריות, ועכשיו נשאלת השאלה כמה סוכריות יש לי?

אפשרות אחת לחשב - וכך יחשבו בדרך כלל ילדים - היא למנות כל קבוצה לחוד ואחר כך למנות שוב את שתי הקבוצות יחד. למעשה, החיבור הוא "פטנט" החוסך את העבודה הכרוכה במנייה החוזרת. פעולת החיבור וכל פעולות החשבון מקלות עלינו כדי שלא יהא עלינו למנות מחדש בכל פעם. עלינו לאפשר לילד לגלות את זאת בעצמו, וכשהתגלית היא של הילד, היא המעוררת את הפליאה. כאשר נרצה להפחית חלק מהכמות ונרצה לדעת כמה נשאר לנו, שוב יהא עלינו למנות או שנוכל לעשות שוב בקיצור את פעולת החיסור, ההפוכה לחיבור.

ומהו הכפל? במקום לחבר ולמנות כמה קבוצות שבכל אחת אותה כמות: $3+3+3+3$, נעשה חיבור מקוצר והוא הכפל - 3×4 . והחילוק? הוא ההפך מהכפל. כלומר, אפשר להסתדר (רע) בלי פעולת החשבון, אך יהא עלינו לעבוד קשה מאוד - למנות כל פעם מחדש, ואולי גם להתבלבל ולטעות בדרך.

אם כך, הרעיון הוא ללמד מעט ולהבין את עוצמת הפשטות שבמתמטיקה, שפה המתארת רק דבר אחד - כמויות. זו הייתה המוטיבציה של פרופ' אילון קולברג מאוניברסיטת הרווארד בבואו לפתח את לבני די ג'י (Digi-Block): מציאת מודל שיאפשר להסביר היטב, בתיווך מבוגר, את השיטה העשרונית ולאפשר לילד לראות בעיניו את שיטת המספרים. מהן לבני די ג'י? עשר לבנים נכנסות לתוך לבנה גדולה יותר. הלבנה הגדולה יותר נראית בדיוק כמו הלבנה הקטנה, רק גדולה פי עשרה. הלבנה הגדולה יכולה להיסגר רק אם יש בה עשר לבנים קטנות. לבני די ג'י מוחשיות ומאפשרות לילד לחוש את המתמטיקה ואת השיטה העשרונית. כדי להבין באמת, יש לראות, לגעת ולהתנסות.

נסכם ונאמר כי שפת המתמטיקה מקיפה אותנו בכל מקום. כמעט אי אפשר להיות רגע ללא מתמטיקה. ועם זאת, מובן כי לא הכול מתמטיקה: יש דברים שאינם מדידים, למשל התחושות שלנו. האהבה, הפחד, השמחה והכאב אינם מדידים. דווקא מאחר שהאהבה אינה ניתנת למדידה, נעניק אותה בשפע לכולם, כי לעולם לא תהיה אהבת יתר על המידה. הרגשות החיוביים של אהבה, של שמחה ושל אושר יאפשרו למידה איכותית, בניית ביטחון עצמי וחיזוקו ותחושת ערך עצמי החשובה שתאפשר בין השאר גם לא לחשוש ממתמטיקה. כך ניטע בילדי הגן את היסודות האיתנים של חשיבה מתמטית.

פרופ' אילון קולברג, יליד ישראל, ד"ר במתמטיקה מטעם האוניברסיטה העברית בירושלים, מרצה למנהל עסקים באוניברסיטת הרווארד, בוסטון, מפתח לבני די ג'י, יועץ בתחום המתמטיקה למרכז דע-גן
 דגנית עצמון, סגנית מנהלת מרכז דע-גן, מנחה בתחומי המתמטיקה, המדע והטכנולוגיה
 dganit.atzmon@gmail.com

לקריאה נוספת

- אסקינס פיטר, אצבע גלילאו: עשרת הרעיונות הגדולים של המדע, תרגום: יכין אונא, ירושלים: הוצאת ספרים ע"ש י"ל מאגנס, 2008.
/http://multimedia.haifa.ac.il:16080/guide/ המדריך המחושב: חינוך מתמטי לגיל הרך,
הקטם במתמטיקה, סדרת העשרה לילדים ולנוער: אני מגלה עולם, ירושלים: הוצאת ספר עולם, ירושלים, 1996.
סינג סיימון, המשפט האחרון של פרמה: סיפור החידה המתמטית ששיגעה את המוחות המבריקים בעולם במשך 358 שנים, תרגום: עודד שכטר, תל-אביב: ידיעות אחרונות, משכל, 2001.
http://lib.cet.ac.il/Pages/item.asp?item=9769 מט"ח: הספרייה הווירטואלית של מט"ח:
www.da-gan.org.il- הרצאתו של פרופ' אילון קולברג בווידיאו, אתר מרכז דע-גן-<--> כנס ארצי-<--> כנס תשס"ט
http://www.tiltan.com: תלתן, ערכות למידה בע"מ, משווקת לבני די ג'י, באתר דפי פעילות לבני די ג'י:



לבני די ג'י במשחק חופשי בגן חבצלת באזור בניהולה של הגנת ליאת דיאמונד