שילוב מודלים מייצגים בהוראת המתמטיקה בשנות הלימוד הראשונות:
סקירה ועקרונות להערכה

ענת סלע

ההיסטוריה של בני-האנוש עשתה כברת דרך ארוכה בכל הקשור להרחבת טווח היכולת לעסוק במספרים מופשטים תוך שימוש באמצעי ייצוג שונים. עצמות שנמצאו מהתקופה של 20,000 עד 35,000 שנים לפני הספירה חושפות את השיטה הקדומה של סימון קווים לייצוג מספרים בדידים, לעתים כמה קווים מצופפים כקבוצה (Dehaene, 1997). לעומת זאת, ייצוג מספרים במבנה העשרוני יעיל וחסכוני מאין כמותו. הישג זה, מן ההישגים הגדולים ביותר של האנושות, הומצא ברמות שונות בארבע תרבויות שונות בתקופות שונות. כאשר ילדים מגבשים הבנה קונספטואלית של השימוש במספרים במבנה העשרוני, תהליכים של השוואת מספרים, חיבור, חיסור, כפל וחילוק נעשים ביעילות ומאפשרים הבנה רבה יותר.

מודלים מייצגים כמו קוביות יוניפיקס (Unifix Blocks), לבני בסיס 10 (Base Ten Blocks, Dienes Blocks), תבניות ליי, לבני די-ג'י (Digi-Block) ואחרים נועדו לסייע לילדים בתהליכי הפיתוח של מבנים מנטליים. תהליכים ליצירת יחסים ובעיבוד של המידע המתקבל באמצעות החושים. המודלים מוּבְנים מטבעם ויש שיגדירו אותם נוקשים, בהיותם מציגים תמונה אחת בלבד לכל מספר ובהיותם בעלי רצף מתפתח המאפשר ללומדים לפתח ציפיות לגבי שיעורו של המספר הבא.

פרט למודלים מסוג זה משתמשת ההוראה באמצעי מנייה שונים, סביבתיים יותר (פקקים, חרוזים, מקלות שלגונים, קשיות שתייה, סוכריות ועוד) או פחות (דסקיות, לוחיות מנייה, פסולת תעשייתית ועוד). אמצעים אלה נועדו לסייע בהמחשת המנייה ובבניית הקשר הריתמי בין אמירת שם המספר לבין העצם הנמנה. אמצעי מנייה אלה מייצגים את עקרון ההתאמה החד-חד ערכית, כפי שעשו זאת בימי קדם בחריצת קווים על עצמות (Dehaene, 1997) או כפי שערכו "הנהלת חשבונות" במסופוטמיה, שם ייצוג פריטים ונכסים נעשה באמצעות כדורי חמר בגדלים שונים שנשמרו בכלי חמר גדול (יפרח, 1981). אמצעי המנייה השונים מאפשרים כמובן גם ליצור קבוצות, להשוות מספרים, לחבר, לחסר ועוד, אך הם אינם מציגים את המבנה הארגוני של מערכת המספרים ולא את השיטה העשרונית, ועל כן הם לא יידונו כאן.

בפרק זה יתוארו ארבעה מודלים המתבססים על מנייה: קוביות יוניפיקס (Unifix Blocks), לבני בסיס 10 (Base Ten Blocks, Dienes Blocks), תבניות ליי כפי שמשתמשים בהן בשיטות ההוראה של ציפורה כ"ץ, של חוה תובל ושל דסי סגל ולבני די-ג'י (Digi-Blocks). הצגת המודלים תלווה בניתוח וההשוואה ביניהם תיעשה על פי תכונות שתיארו פישביין פישביין ואח' (1998), ואן דה-ואל (Van de Walle, 1998) ולינצ'בסקי ותובל (1992).

על פי פישביין, מודל טוב צריך להקל את האפשרות לפרש את העובדות ולסייע לפתור בעיות בהתאמה לעובדות המקוריות. פישביין ואח' (1998) הוסיפו כי המתמטיקה היא תחום דעת מופשט, ולכן אין היא

חוקרת ישירות תכונות קונקרטיות חושיות של עצמים ממשיים, כמו צבע או מצב של חומר, אלא רק תכונות כלליות שאינן תלויות במגבלות החומר. מבחינה זו, בכל עיסוק במתמטיקה הנסמך על אמצעי המחשה פיזי יש ויתור מסוים על ההפשטה. החוקרים מוסיפים כי בשימוש במודלים מייצגים יש להקפיד על התאמה לעקרונות מתמטיים: פורמליות, דדוקטיביות, עקביות וחד-משמעיות.

ואן דה-ואל (Van de Walle, 1998) מתאר שתי תכונות של מודל טוב לייצוג המבנה העשרוני: עליו להיות פרופורציונלי, כלומר, גודלם של העצמים המייצגים את היחידות השונות צריך להיות שונה באופן עקבי. בנוסף, על היחידות להיות ניתנות לקיבוץ, כלומר, על כל יחידה להיות ניתנת להרכבה באמצעות הקבצה של יחידות קטנות יותר.

לינצ'בסקי ותובל (1992) מציעות שלושה קריטריונים להערכת מודלים:

- מידת הנאמנות למושג המתמטי: יש לבדוק שהדוגמאות הספציפיות אינן חוטאות למושג הכולל.
- היבטים של המושג המיוצגים במודל לעומת היבטים שאינם נכללים בו: כל מודל קונקרטי מעצם טבעו מייצג רק חלק מן ההיבטים של המושג המופשט. ניתן להתגבר על כך במידה מסוימת באמצעות שינוי כללי הפענוח או באמצעות הרחבתם.
- מאפיינים פיזיים של המודל שאינם היבטים של המושג המתמטי, כגון צבע, צורה גאומטרית ומיקום במרחב: מאפיינים פיזיים בולטים עלולים להסיח את הדעת ולהפריע לתהליך החשיבה.

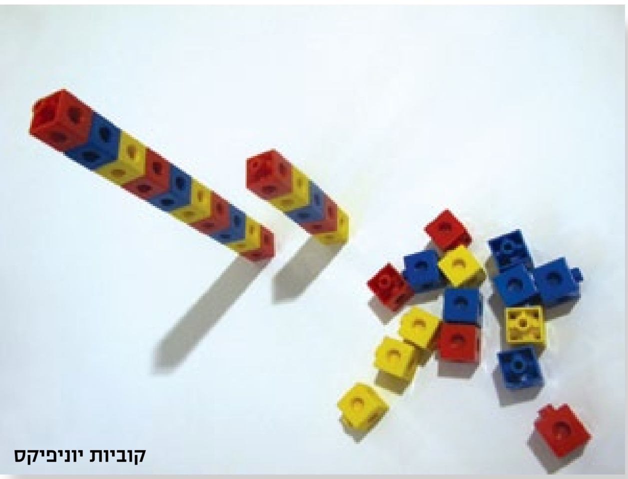
"המודל והדרך שבהם משתמשים צריכים לייצג באמונה את האפיונים המהותיים של המושגים ואת היחסים והקשרים שביניהם. המודל צריך להיות עקבי בדרך שבה הוא וכללי ההפעלה שלו מתארים את ההיבטים הרלוונטיים של התופעה המטופלת. יחד עם זאת... האמצעי הקונקרטי איננו יכול לייצג אלא גרסה חלקית של המושג" (לינצ'בסקי ותובל, 1992, עמ' 36).

קוביות יוניפיקס

מודל זה מורכב ממאה (100) קוביות שגודלן אחיד (1x1x1) בעשרה צבעים שונים. צבען של כל עשר קוביות שונה. על חמש פאות של כל קובייה יש נקב ועל הפאה השישית יש זיז המאפשר הצמדה של הקוביות וחיבורן בטור. ההנחיה למחנכים היא לאפשר לילדים להרכיב ייצוג למספרים בכמה אופנים:

- ייצוג ספרות בודדות (1־9) באמצעות קוביות מצבעים שונים, שהרי כל קובייה מייצגת ספרה אחת ללא קשר לצבעה;
- הרכבי מספרים: את המספר 3 ניתן לייצג באמצעות 3 קוביות בצבע אחד או באמצעות 3 קוביות מצבעים שונים או באמצעות שתי קוביות מצבע אחד ועוד קובייה מצבע אחר. הילדים נשאלים בכמה דרכים יוכלו לייצג כל מספר;
- ייצוג מספרים דו-ספרתיים נעשה באופנים שונים וללא הגדרה חד-משמעית: ניתן לייצגם באמצעות קוביות מצבעים שונים וניתן לייצג את העשרות בצבע אחד.

על פי פישביין (Fischbein, 1977), המודל מקל את האפשרות לפרש את עובדות המנייה, את ההרכבים של מספרים ואת פעולות החיבור והחיסור בהתאמה לעובדות המקוריות. על פי פישביין ואח' (1998), ניתן לומר שהמודל משקף את עקרונות הפורמליות, הדדוקטיביות, העקביות והחד-משמעיות כשמדובר בערכים בדידים. כל קובייה מייצגת יחידה אחת שגודלה וצורתה אחידים ובלא קשר לצבעה; למשל, הקובייה ה-37 בטור של קוביות היא עדיין קובייה אחת. עם זאת, אין המודל מייצג עיקרון חשוב בבסיס 10: אף שיש בדיוק עשר קוביות שצבען זהה, אי אפשר לראות איך 10 אחדות הופכות ליחידה אחת של 10 בשינוי המקום. המודל תומך יותר במבנה הרצף של מספרים ופחות בערך המיקום.

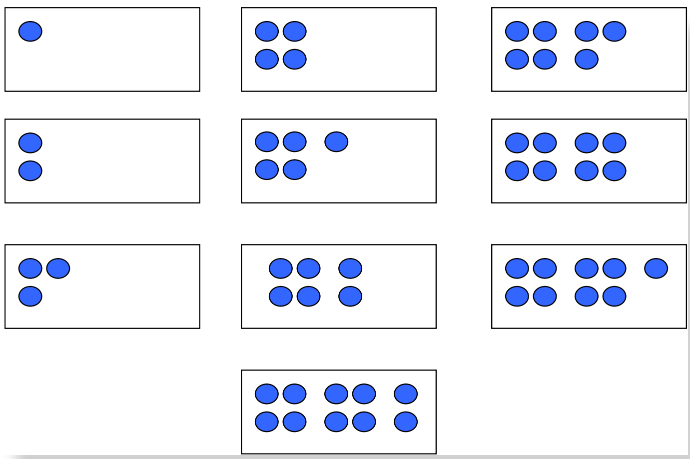

קוביות יוניפיקס

על פי ואן דה-ואל (Van de Walle, 1998), המודל פרופורציונלי, כלומר, הגודל האחיד של כל קובייה והאופן שבו ניתן לחבר את הקוביות מאפשרים לראות גדלים שונים של מספרים באופן עקבי. ניתן גם לקבץ יחידות באמצעות הצמדת הקוביות אך לא בהכרח לעניין העשרוני אלא לעניין רצף היחידות המרכיבות את המספר.

על פי לינצ'בסקי ותובל (1992), ניתן לומר שהמודל נאמן מבחינה מתמטית למושגי רצף, למיקום ברצף, להרכב מספר ולמנייה. כללי הפענוח מורחבים על בסיס בדיד, כלומר ניתן לראות ש-4 גדול מ-3 בקובייה אחת. באותו אופן ניתן לראות ש-11 גדול מ-2 ב-9 קוביות. מאידך גיסא, ההתייחסות ל-10 אינה שונה מההתייחסות לכל מספר אחר. מבחינת המאפיינים הפיזיים של המודל שאינם היבטים של המושג המתמטי - כגון צבע, צורה גאומטרית ומיקום במרחב - לא נראה כי מאפיינים אלה יפעלו כמסיחי-דעת משום שההבחנה בצבעים באה רק כדי להדגיש את היחידה "אחת" ולא כדי להבליט מספר כלשהו.

תבניות ליי

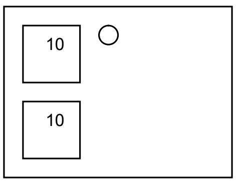
תבניות ליי הן תבניות מספר שבהן מופיעים ייצוגים איקוניים לספרות אחת עד עשר בדגם המתפתח באופן עקבי. כל קבוצה של ארבע נקודות מופרדת מעט מהקבוצה הבאה, וכך את המספר עשר מייצגות שתי קבוצות של ארבע נקודות ולצדן קבוצה נוספת של שתי נקודות. הקבוצות מופרדות משום שתפיסת המספר **ארבע** נחשבת במחקרים רבים לאינטואיטיבית ואילו תפיסת המספרים מחמש ומעלה מערבת יכולות לוגיות-מתמטיות (כ"ץ, 1979; Geary, 1995).



תרשים: תבניות ליי

למיטב ידיעתי, לא ברור מי היה ליי וכיצד התכוון לעסוק בבניית מושג המספר באמצעות מודל זה. בארץ השתמשו במודל כמה אנשי חינוך במסגרת שיטת הוראה שפיתחו, ביניהם ציפורה כ"ץ, חוה תובל ודסי סגל. ציפורה כ"ץ השתמשה בתבניות אחת עד עשר כמות שהן בתוספת קו תחתון לרוחב הכרטיס. כך מתקבלת רק דרך אחת "לקרוא" כל מספר, משמאל לימין. חוה תובל ודסי סגל עיבדו (כל אחת לחוד) את תבניות ליי כך שאין בהן הפרדה פנימית לתת-קבוצות והתמונה המתקבלת לייצוג המספר 10 היא כרטיס מלא, ללא הבלטה של חלקי המספר.

לייצוג מספרים הגדולים מעשר נוצרו עיבודים שונים על בסיס תבניות ליי שלא היו במקור. נדגים את העיבוד למספר 21:



לשיטת ציפורה כ"ץ ייראה המספר כשני ריבועים, זה תחת זה, ובכל אחד מהם רשום המספר 10 ומימינם עיגול אחד.

לשיטת חוה תובל ייראה המספר כשני מלבנים שעליהם משורטטים קווים בדגם אחיד ומימינם עיגול אחד.

לשיטת דסי סגל ייראה המספר כשני כרטיסי תבנית 10 מלאים ומימינם עיגול אחד.

בפעולות פריטה על פי העיבודים של ציפורה כ"ץ ושל חוה תובל מתבקשים הילדים לדמות מנטלית את הייצוג האיקוני של המרובע המייצג 10 ולהחסיר ממנו. על פי העיבוד של דסי סגל ניתן לחסר באופן פיזי באמצעות כיסוי העיגולים באצבע, כך שלמעשה המספר עשר אינו מקבל מעמד שונה מכל מספר אחר.

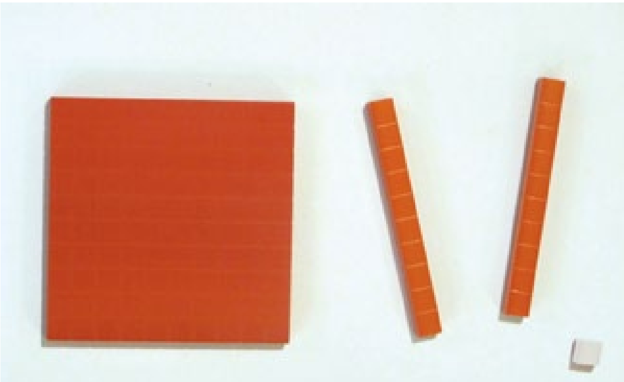
על פי פישביין (Fischbein, 1977) ניתן לומר שהמודל מקל את האפשרות לפרש את העובדות ועשוי לסייע לפתור בעיות בהתאמה לעובדות המקוריות. על פי פישביין ואח' (1998) ניתן לומר שהמודל משקף את עקרונות הפורמליות, הדדוקטיביות, העקביות והחד-משמעיות. עיקר חוזקו של המודל המקורי של תבניות ליי הוא בעשרת הראשונה. אמנם אפשר להרכיב את המספר 100 מעשר כרטיסיות של 10, אך אי

אפשר לראות איך המאה הופכת שוב ליחידה אחת גדולה פי 100 מהיחידה האחת ופי 10 מהיחידה של 10.

על פי ואן דה-ואל (Van de Walle, 1998) המודל פרופורציונלי. גודלן של היחידות בו שונה באופן עקבי (לכל יחידה נוספת יחידה) וכך נוצרת ציפייה לגבי מיקום הנקודה הבאה. היחידות מקובצות בכרטיס עשר אשר בו ניתן לזהות גם את מרכיבי הקבוצה. אם משתמשים בדסקיות שצבען אחיד ומסדרים על גבי משטח את המספרים לפי תבנית ליי, ניתן גם לפרק בפועל כל מספר ולהרכיבו מחדש. גם העיבודים שנעשו למספרים דו-ספרתיים פרופורציונליים ומאפשרים במידה זו או אחרת לחזור אל מרכיבי הקבוצה ולמנותם מחדש.

על פי לינצ'בסקי ותובל (1992) המודל המקורי מייצג את המאפיינים המהותיים של מספרים בעשרת הראשונה ואת היחסים והקשרים ביניהם. העיבודים הנוספים שנעשו לתבניות ליי הצליחו להרחיב את טווח המספרים, כלומר להרחיב גם את כללי הפענוח של המודל. מכלל העיבודים נראה כי עיבודיהן של ציפורה כ"ץ ושל חוה תובל מייצגים את המספרים הדו-ספרתיים באופן נאמן יותר למבנה העשרוני.

לבני בסיס 10 (Base Ten Blocks, Dienes Blocks)


לבני בסיס 10

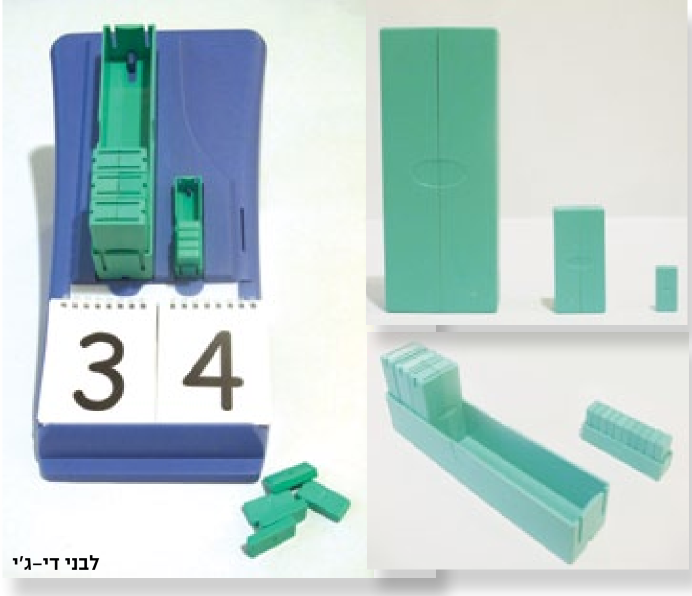
המודל של לבני בסיס 10 מורכב מיסודות אלה:

- 100 קוביות לבנות שמידותיהן 1x1x1 ס"מ. כל אחת מהקוביות מייצגת יחידה אחת.
- לבנה מלבנית אדומה שלאורכה חריצים מייצגת את העשרת; מידותיה 1x1x10 ס"מ.
- תיבה אדומה מייצגת את המאה; מידותיה 10x10x1 ס"מ.
- קובייה אדומה מייצגת את האלף; מידותיה 10x10x10 ס"מ.

על פי פישביין (Fischbein, 1977) המודל עשוי להקל את האפשרות לפרש את העובדות ולסייע לפתור בעיות בהתאמה לעובדות המקוריות. על פי פישביין ואח' (1998) ניתן לומר שהמודל משקף את עקרון הפורמליות מבחינת הצגת המבנה העשרוני. הקוביות המייצגות כמות של 1 שוות כולן בגודלן ובצורתן. 10 קוביות אחדות ניתנות להמרה בלבנה של 10, וכמו במודל של יוניפיקס ה-10 משתקף כרצף חיבורי אף שהוא מוכן מראש ואינו ניתן לפירוק והרכבה. חוסר האחידות בצורה ובמבנה אינו תומך בדדוקטיביות ואינו מציג את הגדלים השונים של אחד, של עשר, של מאה ושל אלף באופן עקבי וחד-משמעי. בעיקר קוביית האלף עשויה להטעות משום שאם מונים את הריבועים החרוצים על גבי כל אחת משש הפאות, ניתן להסיק שיש בקובייה שש-מאות קוביות של אחת ולא אלף. הדימוי של האלף כקובייה מתאים יותר לייצוג גאומטרי של גופים סימטריים, היבט שאינו רלוונטי למבנה העשרוני. המעבר בין הממדים אינו תואם את המעבר בין חזקות של 10 במבנה העשרוני, ולמעשה במודל זה קשה לילד לדמות איך ייראה מבנה של 10,000.

על פי ואן דה ואל (Van de Walle, 1998), העצמים המייצגים את היחידות השונות שונים בגודלם באופן עקבי, אך התכונה השנייה - היותם ניתנים לקיבוץ - אינה מתאפשרת באמצעות הרכבה או באמצעות הקבצה של יחידות קטנות יותר אלא באמצעות המרה. פירוש הדבר הוא, שעל הילד לוותר על הייצוג של 10 קוביות בודדות לטובת "מקל" של 10 מוכן ויצוק שאינו ניתן להפרדה. כך גם הריבוע של 100 - אין הוא ניתן לפירוק ולהרכבה אלא ממיר את עשרת ה"מקלות" של 10 בייצוג אחר. את הטעות העשויה להתקבל מהקובייה, ש-6 פאותיה מראות 600 אף שהיא מייצגת 1000, לא ניתן לבדוק באופן אמפירי משום שהיא אינה ניתנת לפירוק.

גם על פי לינצ'בסקי ותובל (1992) ניתן להצביע על חוסר האפשרות לפרק ולהרכיב את העשרת, את המאה ואת האלף (אלא באמצעות המרתם ביחידות אחרות). יש בכך חיסרון, שכן אופן הצגה זה אינו נאמן למושגים המתמטיים של פירוק והרכבה. כמו כן האפיון המהותי של המבנה העשרוני אינו טמון בצורה גאומטרית הבולטת כל כך והעלולה לפעול כגורם מסיח כאשר קוביית האלף מציגה לעין שש מאות.



לבני די-ג'י

לבני די-ג'י (Digi-Block)

המודל של לבני די-ג'י מייצג את האופן שבו מספרים מאורגנים בשיטה העשרונית. הערכה כוללת לבנים קטנות ירקרקות שצורתן מזכירה לבני דומינו ומכלים שבהם ניתן לארוז את הלבנים כדי לבנות לבנים גדולות יותר של 10, של 100 ושל 1000. מכל ריק מתמלא בעשר לבנים אחדות בדיוק והופך ללבנה של 10 שצורתה זהה לזו של הלבנה הקטנה המייצגת 1, אך הנפח שלה גדול פי 10. עשר לבנים של 10 נארזות במכל גדול יותר והופכות ללבנה של 100, שצורתה זהה לזו של הלבנה האחת וללבנה של 10, אך נפחה גדול פי 10. עשר לבנים של 100 נארזות במכל והופכות ללבנה של 1000. כל אחד מן המכלים נסגר אך ורק אם הוא מכיל 10 לבנים קטנות יותר. בנוסף כוללת הערכה רכיבים נוספים כמו לוחות דו-ספרתיים ותלת-ספרתיים, המאפשרים המחשה חזותית נוספת של המודל העשרוני: כאשר נניח מכל על הלוח הדו-ספרתי, וננסה להכניס למכל 10 לבנים, בלבנה העשירית הוא יגלוש ממקומו; או אז נסגור אותו בעזרת החלק השני של המיכל והוא יהפוך להיות לבנה שלמה אחת שהיא עשרת מלאה.

שלושה מאפיינים עיקריים מייחדים את לבני די-ג'י משלושת המודלים האחרים שהוזכרו לעיל:

1. **שימור המבנה בכל הגדלים:** תכונה זו מאפשרת המחשה חזותית מוחשית של טור מספרים בחזקות של 10. אין "שבירה" של המודל על פני רצף אורכי החל מראשית בניית מושג המספר ועד העיסוק בחזקות ובשברים עשרוניים. על פי עיקרון זה ניתן להרחיב את המודל עד אין-סוף. אין חשיבות לגודל המכל – תמיד יהיו לו שתי תכונות יסוד:
   - אי אפשר לסגור אותו כדי לארוז לבנה גדולה יותר אם אין בו 10 לבנים קטנות יותר;
   - כאשר נארזת לבנה חדשה, היא נראית בדיוק כמו האחרות, אך גדולה פי 10 (כל ממד אורך גדול מקודמו פי 2.15 בקירוב, שורש שלישי של 10).
2. **הכלה במקום המרה:** במודלים של תבניות ליי, של לבני בסיס 10 ושל בדידים יש צורך להמיר 10 אחדות בגוף אחר המייצג עשרת אחת וכך גם לגבי גדלים אחרים (10 מרובעים המייצגים 100 בלבני בסיס 10 מומרים בקובייה המייצגת 1000). בלבני די-ג'י כל 10 אחדות מוכלות פיזית בתוך מבנה של 10 ההופך שוב ל"אחד", כל 10 עשרות מוכלות בתוך מבנה של 100 וכל 10 מאות מוכלות בתוך מבנה של 1000. המבנים הם מכלים הניתנים לפתיחה ולסגירה וכך ילד יכול בכל רגע לחזור ולבדוק מספר נתון, דבר שאינו מתאפשר במודלים האחרים.
3. **הבניה:** הלבנים המייצגות אחדות מיוצרות במפעל, אך את הלבנים המייצגות 10, 100 ו-1000 יוצרים הילדים מלבנים אחדות וממכלים משלושה גדלים. מאפיין זה מאפשר לילדים להבנות בעצמם את הייצוג הפיזי של המספרים. על פי פיאז'ה, המבנה הלוגי-מתמטי של המספר אינו יכול להילמד בהוראה ישירה אלא על ידי הילד עצמו, והוא מבנה את היחסים בין העצמים תוך מניפולציה בהם ותוך כדי אינטראקציה חברתית (Vygodsky, 1962; Kamii, 1982). המבנה הפיזי של המודל מספק תמיכה טכנית בתאוריה זו.

המנייה של לבנים אחדות מתאימה לתפיסה האינטואיטיבית של המספרים כרצף אין-סופי. הלבנים הארוזות מייצגות מבנה עשרוני של מספרים מסודרים על פי אחדות, עשרות, מאות וכו'. הלבנים הארוזות נותנות, לדעתי, תמיכה מרבית להמחשת הקוד של המבנה העשרוני.

הפעילות העיקרית בלבני די-ג'י כוללת אריזה ופריקה, מנייה והשוואה של ייצוגים, כל זאת כדי לגלות את הקשר בין המבנה העשרוני וייצוגו באמצעות רישום לבין המנייה ברצף המפתח. פרופ' אילון קולברג, מפתח המודל, מציין כי ההתנסות בטכניקות חישוב נעשית בשלוש רמות: ייצוג פיזי, הסבר ו"ניחוש נבון". עוד טוען פרופ' קולברג כי חשוב מאוד לאפשר לילד לגלות בעצמו את הפטנט היעיל של השיטה העשרונית תוך כדי משחק בלבני הדי-ג'י ובתיווך נכון.

התנסות חופשית ראשונית בלבני די- ג'י בגן "עופר אילים" בראשון לציון בניהולה של הגננת ספי שם טוב

ברמה הראשונה יכולים הילדים לפתח הבנה אינטואיטיבית של פעולת חשבון באמצעות הבנייתה בלבנים וקביעה פיזית של התוצאה. בעת ההתנסות הם מגלים שמנייה של לבנים בתפזורת יעילה בעבור מספרים קטנים, אך הלבנים הארוזות במבנה עשרוני מאפשרות מנייה יעילה של מספרים גדולים בקבוצות של 10.

ברמה השנייה הילדים מסבירים את פעולותיהם ואת רעיונותיהם באמצעות רישומים שונים או במילים. התנסות מגוונת ומשמעותית בשתי הרמות מקנה לילד ביטחון להתמודד עם האתגר הבא - לייצג בעיה בעזרת לבנים ואחר כך לחזות את התוצאה לפני הפעלת מניפולציה עליהן, שהיא הרמה השלישית. כאשר ילדים יכולים לצפות מראש תופעות באופן עקבי, הם למעשה מגלים אלגוריתם.

על פי פישביין ואח' (1998), המתמטיקה אינה חוקרת ישירות תכונות קונקרטיות חושיות של עצמים ממשיים, כמו צבע או מצב של חומר, אלא רק תכונות כלליות שאינן תלויות במגבלות החומר. מבחינה זו, בכל עיסוק במתמטיקה הנסמך על אמצעי המחשה פיזי יש ויתור מסוים על ההפשטה. עם זאת, יש להעריך כל מודל על פי המידה שבה הוא משקף את המושג המופשט תוך התחשבות במגבלה בסיסית זו. מבחינת הפורמליות, הדדוקטיביות, העקביות והחד-משמעיות, ניתן לומר כי המודל משקף עקרונות אלה, אף שהוא מאפשר ללומד לבנות את חלקי המודל בעצמו. כל לבנה של 10 מכילה עשר (ורק עשר) לבנים אחדות, וכל גודל של לבנים מכיל בדיוק 10 לבנים מגודל קודם. הקבוצה "10" נגלית כקבוצה ייחודית ועל כן המכל לא ייסגר אם לא יהיו בו 10 לבנים אחדות. הגדלים המתמטיים משתקפים אחד לאחד במבנים של לבנה אחת, בלבנה של 10, בלבנה של 100 ובלבנה של 1000. קל לדמות איך תיראה לבנה של 10,000 ואפשר גם לדמות איך תיראה עשירית.

על פי ואן דה-ואל (Van de Walle, 1998), המודל פרופורציונלי וגודלן של הלבנים המייצגות את היחידות השונות שונה באופן עקבי. בנוסף, הן ניתנות לקיבוץ וכל יחידה ניתנת להרכבה באמצעות הקבצה של יחידות קטנות יותר.

ארבעת המודלים הוצגו ברצף הולך וגובר של מובנות. נידונו רק מודלים המייצגים את המבנה של המספרים ולא כלל אמצעי ההמחשה המייצגים את עקרונות ההתאמה והמנייה. האמצעים השכיחים יותר בגני הילדים הם אמצעי ההמחשה של עקרונות המנייה. אלה תומכים במיוחד בעיקרון של "ועוד אחד", כלומר, בעיקרון שלפיו אחרי כל מספר מופיע מספר גדול ממנו ב-1. המודלים המייצגים מבנה עשרוני מציגים לא רק את "ועוד אחד" אלא גם את "ועוד 10", כלומר את הדרך שבה החברה והתרבות שלנו מטפלות במספרים גדולים באמצעות קיבוצם לקבוצות של 10. בבואנו לבחור מודל מייצג לעבודה בגן הילדים, חשוב שנכיר את עקרונות ההערכה ונקבל החלטה מושכלת.

ד"ר ענת סלע, מפקחת ארצית למדע וטכנולוגיה בגיל הרך, משרד החינוך, דוא"ל: anatse@education.gov.il

מקורות

יפרח, ג' (1981). **ספרות ומספרים: היסטוריה של המצאה גאונית.** ירושלים: כרטא

כ"ץ, צ' (1979). **הקניית החשבון על פי הגישה ההתפתחותית: מדריך למורה.** הוצאה ניסיונית

לינצ'בסקי, ל' ותובל, ח' (1992). תפקיד המודלים בהוראת חשבון: האם אמצעי המחשה אכן מסייעים לתת-משיגים בבניית מושגים מתמטיים? **דפים**, 15, 36־47.

פישביין, א' ואח' (1998). **המתמטיקה והמציאות.** כרכים 1, 2. אוניברסיטת תל-אביב: הוצאת רמות

Dehaene, S. (1997). The number sense. Oxford: Oxford University Press.

Geary, D. C. (1995). Reflections of evolution and culture in children's cognition: Implications for mathematical development and instruction. American Psychologist, 50/1, 24-37.

Kamii, C. (1982). Number in preschool and kindergarten: Educational implications of Piaget's theory. Washington D.C.: National Association for the Education of Young Children

Van de Walle, J. (1998). Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally. Reading, MA: Addison Wesley-Longman

Vygotsky, L. (1962). Thought and language. (A. Kozulin. trans.). Cambridge, MA: MIT Press.